

MAT 4112

ÉQUATIONS AUX DÉRIVÉES PARTIELLES

Robert Bédard
UQAM

Notes pour le cours Équations aux dérivées partielles (Sigle: MAT 4112)
offert par le département de mathématiques de l'Université du Québec à Montréal.

PRÉFACE

Ces notes s'adressent aux étudiantes et étudiants du cours Équations aux dérivées partielles (Sigle: MAT4112). Elles constituent la matière d'un cours de premier cycle d'une quarantaine d'heures. Elles sont divisées en douze chapitres. On y traite entre autres de la classification des équations aux dérivées partielles linéaires d'ordre 2, de la méthode de séparation de variables, des séries de Fourier et leurs généralisations, des problèmes de Sturm-Liouville. Les problèmes classiques: l'équation d'onde, de la chaleur et du potentiel pour des domaines spatiaux bornés sont étudiés. Nous terminons en introduisant des méthodes numériques pour résoudre l'équation de la chaleur.

Dans des éditions ultérieures, d'autres chapitres devront être ajoutés; par exemple, pour traiter des problèmes non homogènes ou encore de traiter plus les méthodes numériques. Il faudra aussi compléter ces notes en y ajoutant les problèmes classiques: l'équation d'onde, de la chaleur et du potentiel pour des domaines spatiaux non bornés.

Quelques exercices sont inclus à la fin de chaque chapitre. Ceux marqués d'un (†) sont considérés comme étant difficile et nécessitent parfois des notions vues dans d'autres cours de mathématiques. Il y a très peu d'exercices de ce type. Ils ne sont là que pour éveiller la curiosité des étudiantes et étudiants sur d'autres sujets mathématiques.

Les preuves de certains des théorèmes ou propositions ne sont qu'esquisser dans le texte. J'ai préféré procéder ainsi pour ne pas trop alourdir ces notes de cours en espérant que les étudiantes et étudiants ne m'en tiendront pas trop rigueur. Les solutions de tous les exercices sont présentées à la fin de ce recueil.

D'avance je remercie toute personne qui me signalera les lapsus et autres coquilles qui m'auraient échappé.

Robert Bédard, juillet 2007.

TABLE DES MATIÈRES

| | |
|---|-----|
| Chapitre 1: Les premiers pas dans la théorie | 1 |
| Chapitre 2: Les équations linéaires d'ordre 1 | 7 |
| Chapitre 3: Un peu d'ordre maintenant | 19 |
| Chapitre 4: Quelques mots sur les séries de Fourier | 29 |
| Chapitre 5: Convergence des séries de Fourier | 39 |
| Chapitre 6: Retour sur l'équation d'onde | 53 |
| Chapitre 7: L'équation de la chaleur: cas de la dimension 1 | 67 |
| Chapitre 8: L'équation de Laplace sur un rectangle | 75 |
| Chapitre 9: L'équation d'onde pour une membrane circulaire | 81 |
| Chapitre 10: Les problèmes de Sturm-Liouville | 97 |
| Chapitre 11: L'équation du potentiel | 109 |
| Chapitre 12: Introduction aux méthodes numériques | 121 |
| Annexe 1: Solutions des exercices | 143 |
| Annexe 2: Aide-mémoire | 217 |

