

1. Donner toutes les preuves manquantes dans le cours 14, en généralisant celles du cours 13.

2. Montrer que tout élément de  $E_1 \otimes \dots \otimes E_n$  est une somme d'au plus

$$\max(\dim(E_1), \dots, \dim(E_n))$$

tenseurs de rang 1.

3. Montrer que l'application

$$\begin{aligned} K^{n \times n} \times K^{n \times n} &\longrightarrow K \\ (A, B) &\longmapsto \text{Tr}(AB) \end{aligned}$$

est une forme bilinéaire symétrique.

Montrer que <sup>pour</sup> toute forme linéaire

$$\varphi: K^{n \times n} \longrightarrow K$$

il existe une unique matrice  $A$  telle que

$$\forall B \in K^{n \times n}, \varphi(B) = \text{Tr}(AB)$$

(commencer par des éléments de la base canonique de  $K^{n \times n}$ )